Namjena ovih zadataka, datih na papiru, je da na času studenti ne budu opterećeni pisanjem teksta zadatka nego **da se koncentrišu na** njihova **rješenje** (kao i da **postavljaju pitanja** kako u vezi postavke zadataka tako i za rješenja). Često samim pisanjem teksta zadatka dovodi do zamora i gubitka koncentracije studenta. Neki zadaci sa papira će namjerno biti ostavljeni studentima za vježbu – pripremiti jednu oblast iz Matematike za ispit nije moguće ako samostalno ne uradite određen broj primjera. **Sva rješenja zadataka možete pogledati u svesci sa vježbi** iz predmeta „Inžinjerska matematika III", koju možete skinuti sa stranice *pf.unze.ba\nabokov*. U svesci se nalaze i neki zadaci koji nisu na ovom papiru, kao i sav dio teorije koja pomaže puno boljem razumijevanju gradiva. Razmislite: **Površnost razumijevanja je majka neuspjeha.**

Nastavak lekcije: Korištenje statistike za sumiranje podataka

Varijansa (ili disperzija) uzorka i standardna devijacija uzorka

1. Odrediti varijansu sljedećeg skupa podataka
   1, 2, 5, 6, 6
2. Odrediti varijansu uzorka sljedećeg skupa
   -40, 0, 5, 20, 35
3. Sljedeći podaci prikazuju broj dnevnih prodanih sladoleda ulično prodavača u zadnjih 10 dana
   164, 165, 157, 164, 152, 147, 148, 131, 147, 155
   Odrediti varijansu uzorka broja prodanih sladoleda u 10 dana.
4. Odrediti standardnu devijacju uzorka podataka datih u prethodna tri zadatka.
5. Naći sredinu uzorka i standardnu devijaciju uzorka mase 100 studenata čiji je raspon frekvencija data u tabeli

masa (kg)	[60,62)	[62,66)	[66,68)	[68,72)	[72,74)	
broj studenata m_i	5	18	42	27	8	$\sum = 100$

Raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka

6. Dat je sljedeći uzorak podataka
   93, 88, 80, 68, 55
   Odrediti standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka.

7. Naći standardnu devijaciju, raspon i interkvartilni raspon podataka datih u tabeli

Početna plata	Frekvencija
47	4
48	1
49	3
50	5
51	8
52	10
53	0
54	5
55	0
56	2
57	3
60	1

8. Naći rapon podataka datih u tabeli

klasa	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	
frekvencija	5	13	11	7	6	$\sum = 42$

9. Najveća vrijednost dobijena u 40 mjerenja je 7,32 kg. Ako je raspon 0,37 kg, naći najmanju vrijednost.

Koeficijent korelacije uzorka

10. Sljedeća tabela daje BH konzumaciju bijelog mlijeka (x) i nisko-kaloričnog mlijeka (y) u tri različite godine

	Konzumiranje po glavi stanovnika (na 10 litara)		
	1980	1984	1988
Bijelo mlijeko (x)	17,1	14.7	12,8
Nisko-kalorično mlijeko (y)	10,6	11,5	13,2

Odrediti koeficijent korelacije uzorka r za date podatke.

11. Izračunati koeficijent korelacije uzorka podataka datih u Tabeli 1, koji povezuju broj ispušenih cigara sa brojem slobodnih radikala pronađenih u plućima testirane osobe (slobodni radikal je jedan atom oksigena. Vjeruje se da je potencijalno štetan zato što je viskoko reaktivan i ima jaku tendenciju da se kombinuje sa ostalim atomima u tijelu)

Tabela 1 – Ispušene cigare i broj radikala

Broj osobe	Broj ispušenih cigara	Slobodni radikali
1	18	202
2	32	644
3	25	411
4	60	755
5	12	144
6	25	302
7	50	512
8	15	223
9	22	183
10	30	375

12. Izračunati koeficijent korelacije podataka datih Tabelom 2, koja povezuje puls osobe sa brojem godina provedenih u školi

Tabela 2 – Puls i broj godina provedenih u školi

	Osobe									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Broj godina u školi	12	16	13	18	19	12	18	19	12	14
Puls	73	67	74	63	73	84	60	62	76	71

Varijansa uzorka i standardna devijacija uzorka

(VARIJANSA ILI DISPERZIJA UZORKA)

Do sada smo pričali o statistici koja mjeri centar tedencije skupa podataka, i nismo spominjali statistike koje mjere rasprostiranje varijabli. Na primjer, iako sljedeća dva skupa podataka A i B, imaju istu sredinu uzorka i medijanu uzorka, jasno je da podaci imaju veći raspon vrijednosti u skupu B od onih iz A.

A: 1, 2, 5, 6, 6 B: -40, 0, 5, 20, 35

Jedan način za mjerenje promjenjivosti skupa podataka je da posmatramo devijaciju (odstupanje) skupa podataka od centralne vrijednosti. Najčešće korištena centralna vrijednost za ovu upotrebu je sredina uzorka. Ako su vrijednosti podataka $x_1, x_2, \dots, x_n$ a sredina uzorka je $\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$ tada devijacija vrijednosti x_i od sredine uzorka iznosi $x_i - \overline{x}$, $i=1,2,\dots,n$.

__Definicija__ Varijansa uzorka, koju ćemo obilježavati sa s^2, skupa podataka $x_1, x_2, \dots, x_n$ čija je sredina uzorka $\overline{x}$ $\left(\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}\right)$ je definisana sa

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1}$$

(#) Odrediti varijansu uzorka sljedećeg skupa podataka

1, 2, 5, 6, 6

Rj.

Napravimo sljedeću tabelu

x_i	1	2	5	6	6
$\overline{x}$	4	4	4	4	4
$x_i-\overline{x}$	-3	-2	1	2	2
$(x_i-\overline{x})^2$	9	4	1	4	4

Isto tako primjetimo $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1+4+25+36+36 = 102$,

$$n\overline{x}^2 = 5\cdot 16 = 80$$

Sad imamo

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1} = \frac{9+4+1+4+4}{4} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} = 5{,}5$$

ili

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1} = \frac{102-80}{4} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} = 5{,}5$$

Odrediti varijansu uzorka sljedećeg skupa

$-40,\ 0,\ 5,\ 20,\ 35$

Rj.

x_i	-40	0	5	20	35
$\bar{x}$	4	4	4	4	4
$x_i-\bar{x}$	-44	-4	1	16	31
$(x_i-\bar{x})^2$	1936	16	1	256	961

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{3170}{4}=792,5$$

ili mogli smo koristiti formulu $s^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}{n-1}$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2=1600+25+400+1225=3250$$

$$n\bar{x}^2=5\cdot 16=80$$

$$s^2=\frac{3250-80}{4}=\frac{3170}{4}=792,5$$

Pretpostavimo da smo dodali konstantu c svakoj od vrijednosti podataka $x_1, x_2, \dots, x_n$ i da smo dobili novi skup $y_1, y_2, \dots, y_n$ gdje je

$$y_i = x_i + c$$

Da bi vidjeli kako će ova vrijednost uticati na varijansu uzorka, prisjetimo se da smo pokazali da je

$$\bar{y} = \bar{x} + c$$

pa time i

$$y_i - \bar{y} = x_i + c - (\bar{x} + c) = x_i - \bar{x}$$

Time, y devijacije su jednake x devijacijama, i time njihove sume kvadrata su jednake. Prema tome pokazali smo sljedeći koristan rezultat

---

Varijansa uzorka ostaje nepromijenjena kada konstantu dodamo svakoj od vrijednosti podataka

---

Koristeći ovaj rezultat zajedno sa algebarskom jednakošću $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$ možemo uveliko smanjiti vrijeme računanja varijanse uzorka.

Sljedeći podaci daju broj dnevnih prodanih sladoleda uličnog prodavača u zadnjih 10 dana

164, 165, 157, 164, 152, 147, 148, 131, 147, 155

Odrediti varijansu uzorka broja prodanih sladoleda u ovih 10 dana.

Rj. Umjesto da radimo direktno sa datim podacima, oduzmimo vrijednost 150 od svake date vrijednosti. (Tj. dodajmo $c=-150$ na svaku vrijednost podatka). Kao rezultat ćemo dobiti novi skup podataka

14, 15, 7, 14, 2, -3, -2, -19, -3, 5

Sredina uzorka je

$$\overline{Y} = \frac{14+15+7+14+2-3-2-19-3+5}{10} = 3$$

Suma kvadrata novih podataka je

$$\sum_{i=1}^{10} Y_i = 14^2+15^2+7^2+14^2+2^2+3^2+2^2+19^2+3^2+5^2 = 1078$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} \overline{Y}_i^{\,2} - n\overline{Y}^2}{n-1} = \frac{1078-90}{9} = \frac{988}{9} \approx 109,78$$

Pozitivni kvadratni korijen varijanse uzorka nazivamo <u>standardna devijacija uzorka.</u>

<u>Definicija</u> Vrijednost s, definisana sa

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

se zove standardna devijacija uzorka.

Jedinica standardne devijacije je ista kao i orginalni podaci. To jest, na primjer, ako su podaci u metrima, tada varijansa uzorka je izražena u metrima na kvadrat, a jedine standardne devijacije uzorka su metri.

\# Odrediti standardnu devijaciju uzorka prethodna tri zadatka.

(#) Naći sredinu uzorka i standardnu devijaciju uzorka mase 100 studenata čiji je raspon frekvencija dat u tabeli:

masa (kg)	[60, 62)	[62, 66)	[66, 68)	[68, 72)	[72, 74)	
broj studenata m_i	5	18	42	27	8	$\sum = 100$

Rj.
Za x_i ćemo uzeti sredine intervala. Slijedi:

$$\overline{x} = \frac{1}{100}(5\cdot 61 + 18\cdot 64 + 42\cdot 67 + 27\cdot 70 + 8\cdot 73) = \frac{6745}{100} = 67{,}45 \text{ kg}$$

Varijansu uzorka možemo odrediti pomoću formule

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i^2 + n\overline{x}^2}{n-1}$$

Formiramo tabelu

masa (kg)	sredina x_i klasa	$x_i - \overline{x}$	$(x_i-\overline{x})^2$	frekvencije m_i	$m_i(x_i-\overline{x})^2$
[60, 62)	61	−6,45	41,6025	5	208,0125
[62, 66)	64	−3,45	11,9025	18	214,2450
[66, 68)	67	−0,45	0,2025	42	8,5050
[68, 72)	70	2,55	6,5025	27	175,5675
[72, 74)	73	5,55	30,8025	8	246,4200

$$\sum m_i (x_i - \overline{x})^2 = 852{,}75 \qquad s = \sqrt{\frac{852{,}75}{99}} \approx 2{,}9349$$ standardna devijacija uzorka

Da smo koristili drugu formulu, imali bi

$$\sum m_i x_i^2 = 455\,803, \quad n\overline{x}^2 = 454\,950, \quad s = \sqrt{\frac{853}{99}} \approx 2{,}9353$$

Raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka

Posmatrajmo uzorak veličine n, $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Raspon uzorka obilježavamo sa R i definišemo kao

$$R = \max_{1 \le k \le n} x_k - \min_{1 \le k \le n} x_k$$

Interkvartilni raspon uzorka definišemo kao razliku između 75. i 25-tog postotka uzorka.

Prisjetimo se da ako je npr. uzorak veličine 20 tada da bi pronašli 75-ti postotak uzorka računamo vrijednost

$$0{,}75 \cdot 20$$

pa na osnovu ove vrijednosti uzimamo odgovarajući broj (vidi lekciju Postotak uzorka)

(#) Da je sljedeći uzorak podataka

93, 88, 80, 68, 55

Odrediti standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka.

Rj: $S = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ standardna devijacija

$$\bar{x} = \frac{93+88+80+68+55}{5} = 76{,}8$$

x_i	93	88	80	68	55
$\bar{x}$	76,8	76,8	76,8	76,8	76,8
$x_i - \bar{x}$	16,2	11,2	3,2	-8,8	-21,8
$(x_i - \bar{x})^2$	262,44	125,44	10,24	77,44	475,24

$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 950{,}8$ $\quad S = \sqrt{\dfrac{950{,}8}{4}} = \sqrt{237{,}7} \approx 15{,}4175$ standardna devijacija

raspon uzorka $R = 93 - 55 = 38$

$0{,}75 \cdot 5 = 3{,}75 \Rightarrow$ 75.ti postotak uzorka je 88

$0{,}25 \cdot 5 = 1{,}25 \Rightarrow$ 25.ti postotak uzorka je 68

Interkvartilni raspon uzorka je 20.

(#) Naći standardnu devijaciju, raspon i interkvartilni raspon podataka datih u tabeli:

Početna plata	Frekvencija
47	4
48	1
49	3
50	5
51	8
52	10
53	0
54	5
55	0
56	2
57	3
60	1

Rj.

$4+1+3+5+8+10+0+5+2+3+1=42$ Suma frekvencija je 42

$$\overline{x}=\frac{47\cdot4+48+49\cdot3+50\cdot5+51\cdot8+52\cdot10+54\cdot5+56\cdot2+57\cdot3+60\cdot1}{42}$$

$$=\frac{2174}{42}=\frac{1087}{21}\approx 51,7619$$

sredina uzorka

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}}{n-1}$$ varijansa uzorka

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2=4\cdot47^2+1\cdot48^2+\dots+1\cdot60^2=13102$$

$$s^2=\frac{13102-42\cdot\frac{1087}{21}}{41}=\frac{10928}{41}\approx 266,5366$$

$s=16,3259$ standardna devijacija uzorka

Plate se kreću od 47 do 60. Raspon uzorka je

$$R = 60 - 47 = 13$$

Odredimo još interkvartilni raspon.

$0{,}25 \cdot 42 = 10{,}5$ nije cijeli broj $\Rightarrow$ treba nam 11 najmanja vrijednost na listi.

25ti postotak uzorka je 50

$0{,}75 \cdot 42 = 31{,}5$ nije cijeli broj $\Rightarrow$ 75ti postotak uzorka je 32 najmanja vrijednost na listi tj. 54

Interkvartilni raspon uzorka je 4

Koeficijent korelacije uzorka

Definicija Neka s_x i s_Y označavaju redom standardne devijacije uzoraka za x i Y vrijednosti. Koeficijent korelacije uzorka, označavamo sa r, uređenih parova podataka (x_i, Y_i), $i=1,2,\dots,n$ definišemo sa

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(Y_i-\overline{Y})}{(n-1)\,s_x s_Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}}$$

Kada je $r>0$, kažemo da je uzorak parova podataka pozitivne korelacije; a kada je $r<0$, kažemo da su ovi podaci negativne korelacije.

Navedimo nekoliko osobina koeficijenta korelacije uzorka:

1. Koeficijent korelacije uzorka je uvijek između -1 i 1.
2. Koeficijent korelacije uzorka r će biti jednak $+1$, ako za neku konstantu a,

$$Y_i = a + b\,x_i, \quad i=1,2,\dots,n$$

gdje je b pozitivna konstanta

3. Koeficijent korelacije uzorka će biti jednak -1, ako, za neku konstantu a,

$$Y_i = a + b\,x_i, \quad i=1,2,\dots,n$$

gdje je b negativna konstanta.

4. Ako je r koeficijent korelacije uzorka za podatke x_i, Y_i,

$i=1,2,\ldots,n$ tada za proizvoljne konstante a, b, c i d, r je također koeficijent korelacije uzorka podataka

$$a+bx_i,\quad c+dy_i,\quad i=1,2,\ldots,n$$

gdje b i d moraju biti istog znaka (tj. ako $bd \geq 0$).

Za namjere računanja, sljedeća formula za koeficijent korelacije uzorka je vrlo korisna

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}}.$$

Sljedeća tabela daje BH konzumaciju bijelog mlijeka (x) i nisko-kaloričnog mlijeka (Y) u tri različite godine

	Konzumacija po glavi stanovnika (10 litara)		
	1980	1984	1988
Bijelo mlijeko (x)	17,1	14,7	12,8
Nisko-kalorično mlijeko (Y)	10,6	11,5	13,2

(17,1 znači da 17,1 stanovnik potroši 10 litara mlijeka)

Odrediti koeficijent korelacije uzorka r za date podatke.

Rj.

Koeficijent korelacije uzorka ostaje nepromijenjen kada se neka konstanta c_1 doda svakoj promjenjivoj x i kada se neka konstanta c_2 doda svakoj promjenjivoj Y

Oduzmimo 12,8 od svake vrijednosti x i 10,6 od svake vrijednosti Y. Ovo nam daje:

	i		
	1	2	3
x_i	4,3	1,9	0
Y_i	0	0,9	2,6

Želimo iskoristiti formulu

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i Y_i - n\overline{x}\overline{Y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - n\overline{Y}^2\right)}}$$

x_i	Y_i	x_iY_i	$\bar{x}$	$\bar{Y}$	x_i^2	Y_i^2
4,3	0	0			18,49	0
1,9	0,9	1,71			3,61	0,81
0	2,6	0			0	6,76
$\sum$		1,71			22,10	7,57

$$\bar{x} = \frac{4,3+1,9+0}{3} = 2,0667 \,, \qquad \bar{x}^2 = 4,2712$$

$$\bar{Y} = \frac{0+0,9+2,6}{3} = 1,1667 \,, \qquad \bar{Y}^2 = 1,3612$$

$$\bar{x}\,\bar{Y} = 2,4112$$

$$r = \frac{1,71 - 3\cdot 2,4112}{\sqrt{(22,10-3\cdot 4,2712)(7,57-3\cdot 1,3612)}} \approx -0,97$$

Prema tome naša tri podatka daju veoma jaku negativnu korelaciju između konzumacije bijelog i niskokaloričnog mlijeka.

Izračunajmo koeficijent korelacije bez dodavanja konstanti

x_i	Y_i	x_iY_i	x_i^2	Y_i^2
17,1	10,6	181,26	292,41	112,36
14,7	11,5	169,05	216,09	132,25
12,8	13,2	168,96	163,84	174,24
$\sum$		519,27	672,34	418,85

$\bar{x} = 14,8667$

$\bar{Y} = 11,7667$

$\bar{x}^2 = 221,0178$

$\bar{Y}^2 = 138,4544$

$\bar{x}\,\bar{Y} = 174,9311$

$$r = \frac{519,27 - 3\cdot 174,9311}{\sqrt{(672,34-3\cdot 221,0178)(418,85-3\cdot 138,4544)}} \approx -0,97$$

\# Izračunati koeficijent korelacije uzorka podataka datih u Tabeli 1, koji povezuju broj ispušenih cigara sa brojem slobodnih radikala pronađenih u plućima osobe (slobodni radikal je jedan atom oksigena. Vjeruje se da je potencijalno štetan zato što je visoko reaktivan i ima jaku tendenciju da se kombinuje sa ostalim atomima u tijelu)

Tabela 1 - Ispušene cigare i broj radikala

Broj osobe	Broj ispušenih cigara	Slobodni radikali
1	18	202
2	32	644
3	25	411
4	60	755
5	12	144
6	25	302
7	50	512
8	15	223
9	22	183
10	30	375

Rj:

Broj parova je 10. Parovi koje posmatramo su sljedeći

18 ; 202, 32 ; 644, 25 ; 411, 60 ; 755, 12 ; 144, 25 ; 302, 50 ; 512, 15 ; 223, 22 ; 183, 30 ; 375.

Od x-eva ćemo oduzeti 12 a od y-na 144.

x_i	6	20	13	48	0	13	38	3	10	18
y_i	58	500	267	611	0	158	368	79	39	231
$x_i y_i$	348	10000	3471	29328	0	2054	13984	237	390	4158
x_i^2	36	400	169	2304	0	169	1444	9	100	324

Y_i^2 3 364 250 000 71 289 373 321 0 24 964 135 424 6 241 1 521 53 361

$\overline{X} = 16,9$ $\overline{Y} = 231,1$ $\overline{XY} = 3\,905,59$

$\overline{X}^2 = 285,61$ $\overline{Y}^2 = 53\,407$

$\sum x_i Y_i = 63\,970$ $\sum x_i^2 = 4955$ $\sum Y_i^2 = 919\,485$

$n = 10$

$$r = \frac{63\,970 - 39\,055,9}{\sqrt{(4955 - 2\,856,1)(919\,485 - 534\,070)}} \approx 0,8760$$

(#) Izračunati koeficijent korelacije podataka datih tabelom 2, koja povezuje puls osobe sa brojem godina provedenih u školi.

Tabela 2 - Puls i broj godina provedenih u školi

	Osobe									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Broj godina u školi	12	16	13	18	19	12	18	19	12	14
Puls	73	67	74	63	73	84	60	62	76	71

Rj: Parovi su sljedeći

12 i 73, 16 i 67, 13 i 74, 18 i 63,
19 i 73, 12 i 84, 18 i 60, 19 i 62,
12 i 76, 14 i 71.

... ZA VJEŽBU ...

Koeficijent korelacije uzorka je $-0,763803$

Velika negativna vrijednost korelacije uzorka nam kazuje da, za posmatrani skup podataka, visok puls možemo pridružiti malom broju godina provedenih u školi, a nizak puls teži velikom broju godina provedenih u školi.

Prvi zadatak za zadaću - Lekcije: Opisivanje skupova podataka i korištenje statistike za sumiranje podataka

1. Sljedeći podaci (u hiljadama konvertibilnih maraka) predstavljaju godišnji dohodak od uzorka poreznih obveznika:
   47, 55, 18, 24 27, 41, 50, 38, 33, 29, 15, 77, 64, 22, 19, 35, 39, 41
   Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 5 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 30ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

2. Sljedeći podaci (u hiljadama konvertibilnih maraka) predstavljaju godišnja primanja uzorka zaposlenika firme Apple:
   67, 55, 121, 77, 80, 34, 41, 48, 60, 30, 22, 28, 84, 55, 26, 105, 62
   Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 6 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 60ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

3. Sljedeći podaci (u kilogramima) predstavljaju količinu prodanog pečenog kestena uličnog prodavača u uzorku od 17 dana:
   30, 17, 23, 31, 28, 56, 64, 88, 104, 115, 39, 25, 18, 21, 30, 57, 40
   Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 7 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 20ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

4. Sljedeći podaci predstavljaju količinu pari prodane obuće firme Astra u uzorku od 18 dana:
   38, 29, 19, 46, 40, 49, 72, 70, 37, 39, 18, 22, 29, 52, 94, 86, 23, 36
   Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 4 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 40ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

5. Dat je uzorak mase 100 studenata druge godine Politehničkog fakulteta

masa (kg)	[60,61)	[61,65)	[65,67)	[67,71)	[71,73)	
broj studenata m_i	6	19	43	28	4	$\sum = 100$

   Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću linijskog grafa. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 90ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

6. Podaci nekog istraživanja su prikazani pomoću sljedeće tabele

Početna plata	Frekvencija
40	5
41	2
42	3
53	6
54	9
55	11
56	1
57	6
58	1
59	3
50	4
51	2

Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 5 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 20ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

7. Dati su sljedeći podaci

klasa	[16,21)	[21,26)	[26,31)	[31,36)	[36,41)	
frekvencija	6	14	12	8	7	$\sum = 46$

Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija i linijskog grafa. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 20ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.

8. Podaci nekog istraživanja su prikazani pomoću sljedeće tabele

Broj komada	Frekvencija
70	15
71	21
72	13
73	61
74	19
75	11
76	11
77	16
78	11
79	13

Grafički prikazati ovaj skup podataka pomoću histograma frekvencija koji će imati 6 intervala. Odrediti sredinu uzorka, medijanu uzorka, mod uzorka, 45ti postotak uzorka, varijansu uzorka, standardnu devijaciju uzorka, raspon uzorka i interkvartilni raspon uzorka. Naći empirijsku funkciju raspodjele i nacrtati njen grafik. Nacrtati relativni poligon frekvencija i kumulativu. Napraviti prikaz datih podataka pomoću stabljika i listova.